

# Initiation à Glpk

LI348

Licence d'Informatique L3

Université Pierre et Marie Curie

Année universitaire 2005-2006

## 1 Objectifs

Le but de ce TME est d'apprendre à manipuler le logiciel glpsol du kit Glpk au travers de 3 exemples. Une documentation concernant Glpk est disponible sur le site du module (Rubrique : Ressources Diverses).

## 2 Résoudre un petit problème de programmation linéaire

Résoudre les deux petits programmes linéaires suivant avec le logiciel glpsol de Glpk, en utilisant le format Cplex lp.

– (P1)

$$\begin{cases} \max z = & x_1 & + & x_2 \\ & 3x_1 & - & x_2 & \leq & 2 \\ & x_1 & + & 2x_2 & \leq & 5 \\ & x_i \geq 0, & \forall & i \in & \{1, 2\} \end{cases}$$

– (P2)

$$\begin{cases} \min z = & -x_1 & + & 4x_2 \\ & x_1 & + & x_2 & \geq & 1 \\ & -x_1 & + & x_2 & \leq & 0 \\ & & & x_2 & \geq & \frac{3}{4} \\ & x_i \geq 0, & \forall & i \in & \{1, 2\} \end{cases}$$

- Observer pour chacun le fichier de sortie correspondant aux solutions et commenter-le.
- Transformer (P1) en un programme linéaire en nombres entiers. Résolvez-le avec glpsol et commenter les 2 solutions relaxées et entières.

## 3 Problème d'affectation des équipes en aéroport

On s'intéresse au problème d'affectation suivant :

*Une compagnie aérienne veut ajouter des vols au départ et à destination de l'aéroport qui lui sert de plateforme (un hub). Ainsi, elle doit engager du personnel mais elle s'interroge sur le nombre de recrutements nécessaire sachant qu'un effectif fourni permet d'accroître le niveau de satisfaction des clients.*

*Pour un niveau de satisfaction donné, on connaît le nombre minimal d'employés nécessaires pour chaque tranche horaire de la journée. Il existe 5 types de services quotidiens possibles pour un employé. Pour chacun de ces services de 8 heures, l'entreprise a déjà fixé les horaires de travail et la rémunération correspondante pour une journée de travail d'un employé.*

Période	Services					Nb min d'emp.
	1	2	3	4	5	
06h-08h	x					48
08h-10h	x	x				79
10h-12h	x	x				65
12h-14h	x	x	x			87
14h-16h		x	x			64
16h-18h			x	x		73
18h-20h			x	x		82
20h-22h				x		43
22h-00h				x	x	52
00h-06h					x	15
Coût par emp. par j.	170€	160€	175€	180€	195€	

L'entreprise veut savoir comment gérer son personnel de manière à satisfaire ses besoins avec un coût minimal et par conséquent connaître le nombre total d'employés et le coût optimal correspondant.

En fait, pour pouvoir reproduire tous les mois ce calcul pour plusieurs niveau de satisfaction, la compagnie désire un logiciel qui résolve le problème à partir d'un simple fichier contenant le nombre d'employés minimal nécessaire par horaire.

Ce problème est résolu intégralement dans le programme `Horaire_aerien.c` ou le programme `Horaire_aerien.java` fourni. Ces programmes utilisent le logiciel `glpsol` en lui fournissant un fichier d'entrée au format `Cplex lp` et en récupérant la solution. Au final ces programmes peuvent être utilisés par des personnes ne connaissant pas la programmation linéaire : elles fournissent un fichier d'entrée et elles récupèrent le résultat sous forme simple. On vous demande pour cet exercice :

1. Manipulez le programme de manière à se rendre compte que les contraintes ne sont pas toutes obligatoires.
2. Est-ce toujours le cas ?

## 4 Résolvons le problème du sudoku

### 4.1 Introduction

Le Sudoku est un jeu en forme de grille défini en 1979 et inspiré du carré latin ainsi que du problème des 36 officiers de Leonhard Euler. Le but du jeu est de remplir cette grille avec des chiffres allant de 1 à 9 en respectant certaines contraintes, quelques chiffres étant déjà disposés dans la grille.

### 4.2 Description

La grille de jeu est un carré de neuf cases de côté, subdivisé en autant de carrés identiques, appelés régions. On a donc une grille carrée de 81 cases divisée en 9 régions de 9 cases chacune. Dans certaines des 81 cases, des chiffres sont inscrits. La règle du jeu est simple : chaque ligne, colonne et région ne doit contenir qu'une seule fois tous les chiffres de un à neuf. La solution est unique. Il existe de nombreuses méthodes informatiques pour résoudre très rapidement un problème de sudoku. La plupart du temps ces méthodes sont basées sur des algorithmes dits de retour en arrière systématique (backtracking). Nous nous intéressons ici à une résolution par des méthodes de programmation linéaire en variables bivalentes.

### 4.3 Objectifs

L'objet de ce TME est de proposer une modélisation du problème sous forme de problème de programmation linéaire en variables binaires et de résoudre le modèle en utilisant le solveur glpk. Vous pouvez reprendre l'exemple de l'exercice précédent ou essayer le modèleur GNU MathProg (voir documentation).

1. Définir les variables de décision.
2. Définir les contraintes du problème.
3. Que-peut-on dire de la fonction objectif?
4. Résoudre les instances suivantes du problème :

– Grille 1 :

6	8							9
9	3		6				4	
		7		2		8		
8				3				6
	7				9			3
			2					5
	6		4			2	3	8
2	9		3		5			

– Grille 2 :

								2
				6				7
	8		3	2			5	9
	7				6			8
	2	6	5		3	4	9	
			8					
	5		9				6	
	9	3					7	5
	6			4		9		